

Rastav na faktore

(zadaci)



Zadatak 1: Koristeci se zakonom distribucije mnozenja prema zbrajanju

$$I \cdot (II + III) = I \cdot II + I \cdot III$$

u obliku produkta zapisi (rastavi na faktore) ove izraze:

I) $13x^2 + 52y^2 + 39$

II) $3a^2b + ab^2$

III) $6a^2b + 12ab^2 + 3ab$

IV) $x^3y + x^2y^2 + x^2y$

V) $5a^3 - 10a^2b^2 + 5a^2$

VI) $54x^9y^6 + 42x^6y^3 + 24x^5y^7$

VII) $75a^9b^6c^3 + 300a^5b^4c^4 + 52a^6b^5c^2$

VIII) $x^2(x+y) + y^2(x+y)$

IX) $(x+1) + 12x(x+1)$

X) $2(a+1)^2 + 4a(a+1)$

XI) $4x^2(y^2 - 3) + 2xy(y^2 - 3)$

XII) $a(a+b) + b(a+b)$

XIII) $9(x^3 + y^3 + 1) + x^3 + y^3 + 1$

XIV) $2a(a-b) + 5b(a-b)$

XV) $a(x+y) + 5x(x+y)$

XVI) $(x+y)(2a+b) + (a+2b)(x+y)$

XVII) $x(y-1)^2 - x^2(y-1)$

XVIII) $ab(a^4 + b^4) - a^2(a^4 + b^4)$

XIX) $(2a+4b)(x+y) + (2x+6y)(a+2b)$

XX) $(a+b+c)(2x+3) + (a+b+c)(3x+2)$

XXI) $ac + bc + a + b$

XXII) $2ax + 2ay + 3x + 3y$

XXIII) $ac + ad + bc + bd$ XXIV) $xz - xt + yz - yt$ XXV) $ac + bd - bc - ad$

XXVI) $a^3 + a^2b + 2ab^2 + 2b^3$

XXVII) $x^3 + 2x^2 + 2x + 4$

XXVIII) $2a^3 + 8a^2 + 3a + 12$

XXIX) $x^2y + 3xy + x + 3$

XXX) $a^3 - 3a^2 + 3a - 9$

XXXI) $18x^2 + 27xy + 14xz + 21yz$

XXXII) $18a^2 - 27ab + 14ac - 21bc$

XXXIII) $6a^3 - 2a^2b + 3ab - b^2$

XXXIV) $18a^2 + 27ab - 14ac - 21bc$

XXXV) $56x^2y + 7xy^2 - 32x - 4y$

XXXVI) $56p^2 + 40pq + 63pr + 45qr$

XXXVII) $a^2b^3 - abc^2d - ab^2cd + c^3d^2$

XXXVIII) $ab^2c - 2abd - 2cd + bc^2$

- XXXIX)** $63x^2y - 24yz - 56xz + 27xy^2$
- XL)** $a(10b + 9c) + 3(2a^2 + 6bc)$ **XLI)** $ax^2 - bx^2 + ax + bx - a - b$
- XLII)** $ax^2 + a + ax - bx^2 - bx - b$
- XLIII)** $a^2x^2 - a^2x - a^2 + b^2x^2 - b^2x - b^2$
- XLIV)** $ax^2 + cx^2 - ax - cx + bx^2 - bx$ **XLV)** $ax^2 + bx^2 - ax - bx - cx^2 + cx$
- XLVI)** $a^2c^4 - abc^3 + 2ac^2 - 2bc - b + ac$
- XLVII)** $xyz + x^2y^2 + 3x^4y^5 + 3x^3y^4z - xy - z$
- XLVIII)** $12a^2b^2 - 6abc + 3ac^2 - 6a^2bc - c + 2ab$



Zadatak 2: Koristeci se formualama za kvadrat i kub binoma

$$(I \pm II)^2 = I^2 \pm 2 \cdot I \cdot II + II^2$$

$$(I \pm II)^3 = I^3 \pm 3 \cdot I^2 \cdot II + 3 \cdot I \cdot II^2 \pm II^3$$

zapisi u obliku produkta (rastavi na faktore) ove izraze:

- | | | |
|---|---|------------------------------------|
| I) $4a^2 + 4ab + b^2$ | II) $x^2 - 6x + 9$ | III) $a^4 + 2a^2b + b^2$ |
| IV) $x^2 + y^2 + 2xy$ | V) $9a^2 - 6a + 1$ | VI) $-4a^2 - 4ab - b^2$ |
| VII) $9x^4 + 6x^2y^2 + y^4$ | VIII) $9a^2 + 42abc + 49b^2c^2$ | |
| IX) $b^2 + 4a^2 - 4ab$ | X) $-6x - x^2 - 9$ | XI) $-9a^2 + 12ab^2 - 4b^4$ |
| XII) $x^8 + 6x^4y^3 + 9y^6$ | XIII) $9a^2b^2 + 12abc + 4c^2$ | |
| XIV) $9x^2y^2 + 18xy + 9$ | XV) $16a^2b^2 + 16ab^2 + 4b^2$ | |
| XVI) $3a + 18a^3b^3 + 27a^5b^6$ | XVII) $-30ax^2 + 25x^4 + 9a^2$ | |
| XVIII) $6a^3b^3 - a^5b - 9ab^5$ | XIX) $2x^4y - x^2y^2 - x^6$ | |
| XX) $x^2 + 2xy + y^2 - xz - yz$ | XXI) $ac - bc - a^2 + 2ab - b^2$ | |
| XXII) $9(a - 1)^2 + 16 + 24(a - 1)$ | | |
| XXIII) $16(x + 1)^2 + 25 - 40(x + 1)$ | | |
| XXIV) $1 + 9(x + y + 1)^2 - 6(x + y + 1)$ | | |
| XXV) $8x^3 - 12x^2y - 8x^2 + 12xy + 2x - 3y$ | | |
| XXVI) $18a^3 - 9a^2b + 24a^2 - 12ab + 8a - 4b$ | | |
| XXVII) $8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$ | XXVIII) $8m^3 - 12m^2 + 6m - 1$ | |

- XXIX)** $8a^3b^3 + 36a^2b^2c + 54abc^2 + 27c^3$
XXX) $27x^3y^3 - 108x^2y^2z + 144xyz^2 - 64z^3$
XXXI) $a^2(a + 3b) + b^2(3a + b)$
XXXII) $(a - 2b)^2 + 2b(a - 2b) + b^2$
XXXIII) $108a^3 + 108a^2b + 36ab^2 + 4b^3$
XXXIV) $64ab^3c^3 + 48ab^2c^2 + 12abc + a$
XXXV) $40a^3 + 60a^2b + 30ab^2 + 5b^3$
XXXVI) $36a^2b^2c^3 + 27a^4b^4c - 54a^3b^3c^2 - 8abc^4$
XXXVII) $135a^4b + 270a^3b^2 + 180a^2b^3 + 40ab^4$
XXXVIII) $192x^4y^2 - 144x^3y^3 + 36x^2y^4 - 3xy^5$
XXXIX) $2x^4y^4y^2 - 12x^3y^3z^3 + 24x^2y^2z^4 - 16xyz^5$
XL) $480x^2y^3z^5 + 250x^6y^9z^3 - 600x^4y^6z^4 - 128z^6$
XLI) $8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3 + 2a - 5b$
XLII) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - 2ab + b^2$



Zadatak 3: Koristeci se formulom za razliku kvadrata

$$I^2 - II^2 = (I - II)(I + II)$$

u obliku produkta zapisi (rastavi na faktore) ove izraze:

- | | | |
|------------------------------------|--|-----------------------------------|
| I) $a^2 - 9$ | II) $25 - x^2$ | III) $4x^2 - 9y^2$ |
| IV) $36a^2 - 25b^2$ | V) $x^2y^2 - 4$ | VI) $\frac{1}{4}a^2 - b^2$ |
| VII) $a^2 - \frac{1}{16}$ | VIII) $\frac{1}{9}p^2 - \frac{1}{16}$ | IX) $81a^2b^2 - 1$ |
| X) $a^4b^2 - c^2$ | XI) $100a^4 - 81b^6$ | XII) $a^4 - b^4$ |
| XIII) $x^4 - 16$ | XIV) $p^4 - 81$ | XV) $1 - 81a^4$ |
| XVI) $(x^2 + 2x)^2 - 9$ | XVII) $16 - (x^2 + 8x)^2$ | XVIII) $(a + b)^2 - c^2$ |
| XIX) $(2a - 5b)^2 - 25b^2$ | XX) $81z^2 - (4x - 5y)^2$ | XXI) $(2a + 3b)^2 - 16c^2$ |
| XXII) $(a^2 - b^2)^2 - 1$ | XXIII) $(x - y)^2 - 4x^2y^2$ | |
| XXIV) $(a + b)^2 - 9a^2b^4$ | XXV) $(a + 2)^2 - \frac{1}{4}a^2$ | |

- XXVI)** $\frac{4}{25}a^2 - (a - b)^2$ **XXVII)** $25(5x - 4y)^2 - 64x^2$
- XXVIII)** $100(x + 2a)^2 - 81(x - 2a)^2$
- XXIX)** $(1 + a)^2 - (b + c)^2$ **XXX)** $(a^2 + b^2)^2 - (1 + c^2)^2$
- XXXI)** $(3 + 4a)^2 - (2b - 7c)^2$ **XXXII)** $4(a + b)^2 - 9(a - b)^2$
- XXXIII)** $16(a - b)^2 - 25(a + b)^2$ **XXXIV)** $49(3a - b)^2 - 25(a + b)^2$
- XXXV)** $(a^2 + b^2)^3 - (a^2 - b^2)$
- XXXVI)** $(a^2 + b^2)^3 - 4a^2b^2(a^2 + b^2)$
- XXXVII)** $(x - y)^3 + 2xy(x - y)$ **XXXVIII)** $(a + b)^3 - a^2(a + b)$
- XXXIX)** $4x^2(x + y) - (x + y)^3$
- XLI)** $a^2 - b^2 + a + b$
- XLIII)** $a^3 - a^2b - ab^2 + b^3$
- XLV)** $4x^3 + 9y^3 - 4x^2y - 9xy^2$
- XLVII)** $a^2 + 5a^3 - a^4 - 5a$
- XLIX)** $28a^3 - 8a^2b - 7a + 2b$
- LI)** $x^4 - y^2(2x - y)^2$
- LIII)** $x^5 - x^4 - x + 1$
- LV)** $2ab - a^2 - b^2 + c^2$
- LVII)** $10a^3 + 5a^2 - 4a^2(2a + 1) + 4a^2 + 4a + 1$
- LVIII)** $(c^2 - a^2 - b^2)^2 - 4a^2b^2$ **LIX)** $a^4 + a^2b^2 + b^4$
- LX)** $3a^4b^4 - a^8 - b^8$
- LXII)** $a^2b^2 + c^2d^2 - a^2c^2 - b^2d^2 - 4abcd$
- LXIII)** $x^4 + x^2 + 1$
- LXIV)** $1 + a^4 + a^8$



Zadatak 4: Zapisi u obliku produkta (rastavi na faktore) ove kvadratne trinome:

- I)** $x^2 + 3x + 2$ **II)** $a^2 + 5a + 6$ **III)** $x^2 - 9x + 20$
- IV)** $a^2 - a + 6$ **V)** $6x^2 + x - 2$ **VI)** $2y^2 + 5y + 2$
- VII)** $6a^2 + 7a + 2$ **VIII)** $12x^4 + 29x^2 + 15$ **IX)** $35x^2y^2 + 29xy + 6$

- X)** $(x^2 - 2x - 1)^2 - 4$
- XI)** $(z^2 + 2z + 5)^2 - 1$
- XII)** $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$
- XIII)** $(a^2 + a)^2 - 8(a^2 + a) + 12$
- XIV)** $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8$
- XV)** $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$
- XVI)** $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$



Zadatak 5: Koristeci se formulama za zbroj i razliku kubova

$$(I^3 \pm II^3) = (I \pm II)(I^2 \mp I \cdot II + II^2)$$

u obluku umnoska zapisi (rastavi na faktore) ove izraze:

- I)** $z^3 - 1$
- II)** $a^3 - 8$
- III)** $8x^3 - 27$
- IV)** $a^3 + 8$
- V)** $8x^3 + 27$
- VI)** $1 - 64x^3$
- VII)** $\frac{1}{8}a^3 - 1$
- VIII)** $64a^9b^3 - 125c^3$
- IX)** $x^3y - y^4$
- X)** $24a^4 - 3ab^3$
- XI)** $135a^3 - 40b^3$
- XII)** $(a + b)^3 - (a - b)^3$
- XIII)** $(x^2 - xy + y^2)^3 - (x^2 + xy + y^2)^3$
- XIV)** $x^4 + x^3 + x + 1$
- XV)** $a^5 - a^3 + a^2 - 1$
- XVI)** $z^5 + z^3 - z^2 - 1$
- XVII)** $p^3 + 8 + 10p^2 + 20p$
- XVIII)** $x^3 - 3x^2 - 9x + 27$
- XIX)** $a^5 + 2a^3 - 8a^2 - 16$
- XX)** $a^5 - 4a^3 + 8a^2 - 32$
- XXI)** $z^6 - 1$
- XXII)** $z^6 + 1$
- XXIII)** $a^6 - b^6$
- XXIV)** $a^6 + b^6$
- XXV)** $1 - 64a^6$
- XXVI)** $z^{12} - 1$
- XXVII)** $z^{12} + 1$
- XXVIII)** $a^{12} - b^{12}$
- XXIX)** $a^{12} + b^{12}$
- XXX)** $64a^{12} - 729b^{12}$
- XXXI)** $625x^6y^{12} - 4096z^{12}$



Zadatak 6: Dokazi da vrijede ove formule:

$$\begin{aligned} I^4 - II^4 &= (I - II)(I^3 + I^2 \cdot II + I \cdot II^2 + II^3) = \\ &= (I - II)(I + II)(I^2 + II^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I^4 + II^4 &= (I^2 + II^2)^2 - 2 \cdot I^2 \cdot II^2 = \\
&= (I^2 - \sqrt{2} \cdot I \cdot II + II^2) (I^2 + \sqrt{2} \cdot I \cdot II + II^2) \\
I^5 + II^5 &= (I + II) (I^4 - I^3 \cdot II + I^2 \cdot II^2 - I \cdot II^3 + II^4) \\
I^5 - II^5 &= (I + II) (I^4 + I^3 \cdot II + I^2 \cdot II^2 + I \cdot II^3 + II^4)
\end{aligned}$$

Pomocu tih formula u obliku umnoska (rastavi na faktore) ove izraze:

- | | | |
|----------------------|--------------------------------|----------------------------|
| I) $z^5 - 1$ | II) $z^5 + 1$ | III) $32a^5 - 1$ |
| IV) $1 + 1024x^5$ | V) $\frac{1}{32}x^5 + 3124y^5$ | VI) $243x^{10} - 32y^{10}$ |
| VII) $z^{10} - 1$ | VIII) $z^{10} + 1$ | IX) $a^{10} - b^{10}$ |
| X) $a^{10} + b^{10}$ | XI) $x^4 + 16$ | XII) $256z^8 + 81y^4$ |

 **Zadatak 7:** Zapisi u obliku umnoska (rastavi na faktore) ove izraze:

- | | | |
|---|------------------------------|--------------------------------|
| I) $a^4 + a^3 + a + 1$ | II) $a^2 + 10ab - 70b - 49$ | III) $a^3 - a^2b - ab^2 + b^3$ |
| IV) $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$ | | |
| V) $(ay + bx)^3 + (ax + by)^3 - (a^3 + b^3)(x^3 + y^3)$ | | |
| VI) $a^4 + 5a^2 + 9$ | VII) $x^4 - 8x^2 + 4$ | VIII) $4x^4 - 12x^2 + 1$ |
| IX) $a^5 + a^3 + a$ | X) $x^5 + x + 1$ | |
| XI) $a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + bc^2 - a^4 - b^4 - c^4$ | | |
| XII) $(a + b)^4 - a^4 - b^4$ | XIII) $z^6 + 27$ | |
| XIV) $2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4$ | | |
| XV) $(c^2 + ab + b^2)^2 - (a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2)$ | | |
| XVI) $a^4 + b^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3$ | XVII) $a^4 + 4b^4$ | |
| XVIII) $(x + y)^4 + x^4 + y^4$ | XIX) $(x + y)^5 - x^5 - y^5$ | |
| XX) $bc(b + c) + ca(c - a) - ab(a + b)$ | | |
| XXI) $ab(a - b) - ac(a + c) + bc(2a + c - b)$ | | |
| XXII) $bc(a + d)(b - c) - ac(b + d)(a - c) + ab(c + d)(a - b)$ | | |
| XXIII) $(a - b)c^3 - (a - c)b^3 + (b - c)a^3$ | | |
| XXIV) $a(b + c)^2 + b(c + a)^2 + c(a + b)^2 - 4abc$ | | |

- XXV)** $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$ **XXVI)** $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$
- XXVII)** $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24$
- XXVIII)** $(ab + ac + bc)(a + b + c) - abc$
- XXIX)** $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$
- XXX)** $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$